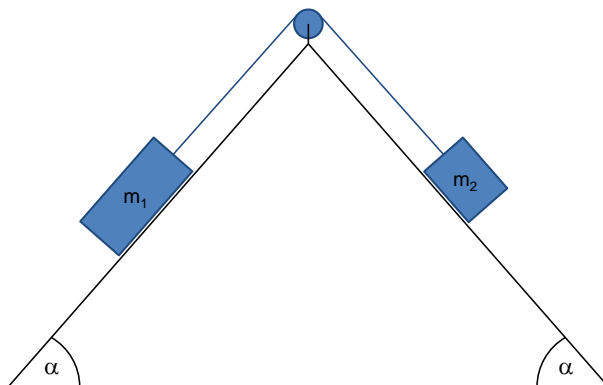


Cvičení 5

1. Dvě dokonale hladké roviny, které svírají s vodorovnou rovinou úhel α tvoří nehybný klín. Na těchto rovinách leží hranoly o hmotnostech m_1 a m_2 spojené přes kladku jako na obrázku. Jakou rychlost budou mít hranoly projdou-li od začátku pohybu vzdálenost d ?



[řešení: $v = \sqrt{2dg \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \sin \alpha}$.]

2. Na hmotný bod o hmotnosti 1 kg působí síla, která ho přitahuje do počátku soustavy souřadnic, a současně síla, která ho odpuzuje. Přitažlivá síla závisí na vzdálenosti od počátku jako h/r^2 , odpuzivá síla klesá se vzdáleností jako k/r^6 . Při pohybu je hmotný bod zpomalován tlumící silou úměrnou rychlosti jako lv . Najděte rovnovážnou polohu hmotného bodu (tj. vzdálenost od středu ve které je výslednice sil působících na hmotný bod nulová) pokud je $h = 1 \text{ Nm}^2$, $k = 10 \text{ Nm}^6$ a $l = 10^{-4} \text{ Ns/m}$. Nakreslete trajektorii hmotného bodu, který se v čase $t = 0$ nachází v klidu ve vzdálenosti $r = 1 \text{ m}$ od počátku.

[řešení: Rovnovážná poloha je ve vzdálenosti 1.78 m od počátku.]

3. Jednostupňová raketa vypuštěná vertikálně vzhůru se po dobu 50 s pohybuje se zrychlením $2g$. Určete maximální výšku, kterou raketa dosáhne. Vypočítejte celkovou dobu letu od vypuštění do návratu na zem. Jakou část hmotnosti rakety tvoří palivo, pokud rychlost výtoku spalovaných plynů vůči raketě je 5000 m/s? Odpor vzduchu a změnu gravitačního zrychlení s výškou zanedbejte.

[řešení: Raketa dosáhne výšky 73.6 km a dopadne zpátky na zem za 272.5 s. Palivo tvoří 25.5 % hmotnosti rakety.]

4. Kdyby se Země najednou zastavila na své dráze, za jak dlouho by dopadla do Slunce?

[řešení: 64.5 dne.]

5. Poloměr Země je 6378 km, Měsíce 1738 km a jejich hmotnosti jsou v poměru 81.3:1. Určete velikost gravitačního zrychlení na povrchu Měsíce, když na Zemi je 9.81 m s^{-2}

[řešení: Gravitační zrychlení na povrchu Měsíce je 1.63 m s^{-2} .]

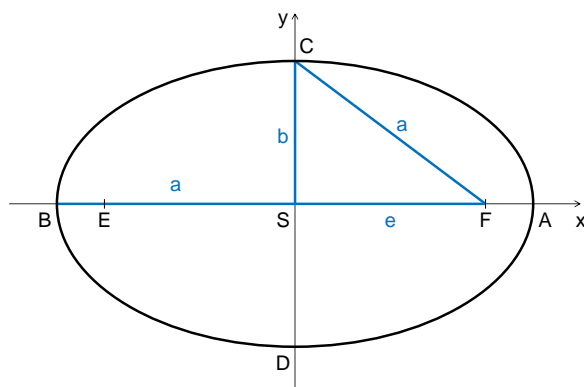
6. Jaká je první kosmická rychlost na Měsíci?

[řešení: 1.68 km/s.]

7. Halleyova kometa přiletěla k Zemi naposledy v roce 1986. Bylo to po sedmé od roku 1456. Když Halleyova kometa procházela periheliem 19.4. 1910 byla naměřena její vzdálenost od Slunce 0.60 AU. Jak daleko je Halleyova kometa od Slunce v afeliu? Jaký je poměr její největší a nejmenší orbitální rychlosti? Jaká je numerická excentricita její dráhy

[řešení: Vzdálenost od Slunce v afeliu: 35.2 AU, numerická excentricita dráhy: 0.97, poměr maximální a minimální orbitální rychlosti: 58.7.]

Základní vztahy a údaje



vlastnosti elipsy

hlavní poloosa	a
vedlejší poloosa	b
excentricita	$e^2 = a^2 - b^2$
numerická excentricita	$\varepsilon = \frac{e}{a}$
perihelium	$r_{min} = a(1 - \varepsilon)$
afelium	$r_{max} = a(1 + \varepsilon)$
	$a = (r_{min} + r_{max})/2$
	$e = (r_{max} - r_{min})/2$

Třetí Keplerův zákon	$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$
Ciolkovského rovnice (bez gravitace)	$\Delta V = v_e \ln\left(\frac{m_0}{m_1}\right)$
Ciolkovského rovnice (s gravitací)	$\Delta V + gT = v_e \ln\left(\frac{m_0}{m_1}\right)$
Newtonův gravitační zákon	$\mathbf{F} = -\kappa \frac{m_1 m_2}{ \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 ^3} (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$

gravitační konstanta κ	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
střední vzdálenost Země od Slunce (1 AU)	$149.6 \times 10^6 \text{ km}$
numerická excentricita oběžné dráhy Země	0.0167
poloměr Země	6378 km
poloměr Měsíce	1738 km
hmotnost Země	$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$
hmotnost Měsíce	$7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$